

З. П. Бажант

ВЛИЯНИЕ ИСКРИВЛЕНИЯ АРМИРУЮЩИХ ВОЛОКОН НА МОДУЛИ УПРУГОСТИ И ПРОЧНОСТЬ СОСТАВНЫХ МАТЕРИАЛОВ

Произведен учет искривления армирующих волокон составного материала путем определения изменения амплитуды волн в результате воздействия радиальных сил в дугах волокон. Рассмотрены три идеальных случая распределения волокон в одном направлении и два случая с волокнами в двух направлениях. Илл. 4, библи. 4.

1. Основные соотношения. Рассмотрим вначале случай плоской деформации (x, z) статистически ортотропного составного материала. Его средние модули E_{xx} , E_x и т. д. определяются следующими отношениями между напряжениями и деформациями¹:

$$\begin{aligned} \sigma_x &= E_{xx}\epsilon_x + E_{xz}\epsilon_z \quad \text{или} \quad E_x\epsilon_x = \sigma_x - \mu_x\sigma_z; \\ \sigma_z &= E_{xz}\epsilon_x + E_{zz}\epsilon_z \quad \text{или} \quad E_z\epsilon_z = -\mu_z\sigma_x + \sigma_z; \\ \tau_{xz} &= G_{xz}\gamma_{xz}. \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь σ_x , σ_z , τ_{xz} — средние нормальные и касательные напряжения; $\epsilon_x = \partial u / \partial x$, $\epsilon_z = \partial w / \partial z$ — деформации; $\gamma_{xz} = (\partial u / \partial z) + (\partial w / \partial x)$ — угол сдвига; u , w — перемещения. Если материал армирован однонаправленными параллельными прямыми волокнами в направлении оси x (рис. 1), в первом приближении можно принять, что деформации ϵ_x и напряжения σ_x и τ_{xz} в обоих компонентах составного материала равны. Тогда имеем:

$$\begin{aligned} E_x &= E_m V_m + E_f V_f; & G_{xz} &= (G_m^{-1} V_m + G_f^{-1} V_f)^{-1}; \\ E_{zz} &= (E'_m{}^{-1} V_m + E'_f{}^{-1} V_f)^{-1}; & \frac{\mu_x}{E_x} &= \frac{\mu_z}{E_z} = \frac{(\mu_m V_m + \mu_f V_f)}{E_x}; \\ E_{xz} &= E_{zz} E_x \frac{\mu_z}{E_z}; & E_{xx} &= E_x + \frac{E_{xz}^2}{E_{zz}} = E_x + E_{zz} (\mu_m V_m + \mu_f V_f)^2; \\ E_z &= E_{zz} - \frac{E_{xz}^2}{E_{xx}}, \end{aligned} \quad (2)$$

где E_f , E_m и G_f , G_m , μ_f , μ_m — нормальные модули, модули сдвига и коэффициенты Пуассона армирующих волокон и связующего, соответственно. $E'_m = E_m / (1 - \mu_m^2)$ и V_f , V_m — относительные объемы армирующих волокон и связующего. Тогда $V_f + V_m = 1$. При выводе формул нами принято:

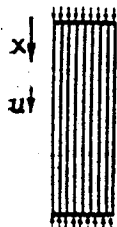


Рис. 1.

- 1) искривление волокон сравнительно невелико ($C < l/4$);
- 2) искривление достаточно длинное по сравнению с диаметром волокон ($l \gg \Phi$);
- 3) волокна размещены достаточно густо ($h \ll l$), так что материал можно считать сплошной средой;
- 4) волокна обладают значительно более высоким модулем, чем связующее ($E_f \gg E_m$);

5) деформации малы; напряжения не столь большие, чтобы вызвать потерю устойчивости компонентов материала;

6) связующее и волокна являются линейно упругими.

На основании предпосылок 1) и 4) можно считать, что отклонения в положении волокон от направления x не влияют на модули упругости, ибо на значения модулей G_{xz} , E_{zz} , E_{xx} волнистость почти не влияет и для них действительно уравнение (2). Из условия 4) вытекает, что осевое усилие N в волокне будет постоянно по всей его длине. Это отвечает предпосылке, что волокна могут свободно проскальзывать в своих каналах в связующем и прикрепляются к нему только на верхушках волн искривления. В силу условия 1) о достаточной высоте волн волокон по отношению к перемещениям мы имеем расчетную схему, подобную колонне с большим эксцентриситетом. В случае, если высота волн волокон была того же порядка, что и перемещение, мы имели бы расчетную схему, аналогичную схеме колонны с небольшой эксцентриситетом. Предпосылка 5) практически всегда выполняется для материала, имеющего небольшое количество трещин и дефектных мест.

2. Модули упругости в основных случаях распределения волокон. *Случай А.* Материал армирован параллельными, равномерно распределенными волокнами, изогнутыми в форме синусоида (рис. 2 — а). Искривление волокна в незагруженном состоянии описывается выражением

$$\zeta = C \cos \frac{\pi x}{l}. \quad (3)$$

Радиальное усилие, переносимое волокнами на связующее, на единицу объема (на основании предпосылок 1) и 3):

$$f_z = (\sigma_{xf} V_f) \frac{d^2 \zeta}{dx^2} = -f_0 \cos \frac{\pi x}{l}, \quad (4)$$

где $f_0 = C \sigma_{xf} V_f \frac{\pi^2}{l^2}$. Здесь σ_{xf} является продольным напряжением в волокнах и $\sigma_{xf} V_f$ — продольная сила в волокнах на единицу объема.

Решение должно удовлетворять уравнениям равновесия Ламе в перемещениях, которые для ортотропного материала имеют форму ($f_x = 0$):

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x} \left(E_x \frac{\partial u}{\partial x} + E_{xz} \frac{\partial w}{\partial z} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left[G_{xz} \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) \right] + f_x &= 0; \\ \frac{\partial}{\partial x} \left[G_{xz} \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left(E_{zz} \frac{\partial w}{\partial z} + E_{xz} \frac{\partial u}{\partial x} \right) + f_z &= 0. \end{aligned} \quad (5)$$

Вместо краевых условий мы примем условия симметрии решения по отношению ко всем плоскостям, перпендикулярным к оси z , и ко всем плоскостям, перпендикулярным к волокнам в вершинах волн. Такое решение дается перемещениями в направлениях x и z (ϵ_{xx} , G_{xz} , E_{xz} постоянны):

$$u = \epsilon_x x; \quad w = -c \cos \frac{\pi x}{l}, \quad (6)$$

где ϵ_x постоянна, $c = \frac{f_0 l^2}{\pi^2 G_{xz}}$.

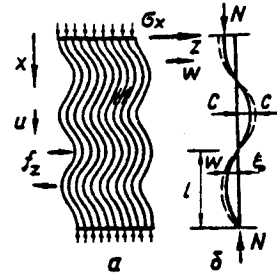


Рис. 2.

Из этого видно, что перемещение зависит только от модуля G_{xz} , который, если учитывать предпосылку 5), нам приблизительно известен. Перемещение в виде волн (6) вызывает изменение длины компонентов составного материала.

Перемещение волокон определяется по уравнению (6). У связующего происходит укорочение, равное на длину волны величине $-\frac{1}{2} \int_0^l \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 dx$.

Оно пропорционально $C^2 \sigma_{xf}^2$, что дает нам основание пренебрегать ею для плоских волн. Увеличение длины волн волокон дается приближенным выражением (7), где учитываются изменения координат волн на $(\xi + w)$ и пренебрегается членами $\epsilon_{xf} = \frac{\sigma_{xf}}{E_f}$, вида:

$$\begin{aligned} \epsilon_{xl} &= \epsilon_{xf} l - \frac{1}{2} \int_0^l \left[\left(\frac{\partial(\xi + w)}{\partial x} \right)^2 - \left(\frac{\partial \xi}{\partial x} \right)^2 \right] dx = \\ &= \epsilon_{xf} l + \frac{1}{2} \left(Cc - \frac{1}{2} c^2 \right) \frac{\pi^2}{l} \approx \epsilon_{xf} l + \frac{1}{2} \frac{\pi^2 Cc}{l}. \end{aligned} \quad (7)$$

Выражение для среднего модуля \tilde{E}_x с учетом влияния искривления:

$$\tilde{E}_x = E_m V_m + \tilde{E}_f V_f, \quad (8)$$

где

$$\tilde{E}_f = \frac{E_f}{1 + k V_f \frac{C^2 E_f}{l^2 G_{xz}}}. \quad (8a)$$

Здесь, в свою очередь: $k = \frac{\pi^2}{2}$.

Случай Б. В реальных материалах искривления не являются строго параллельными. Рассмотрим случай, когда искривления имеют вид, представленный на рис. 3. Тогда:

$$\zeta = C \cos \frac{\pi x}{l} \sin \frac{\pi z}{d} \quad (9)$$

$$f_z = -f_0 \cos \frac{\pi x}{l} \sin \frac{\pi z}{d} \quad a \gg h \quad (10)$$

Решение уравнений (5) можно найти в форме:

$$u = \epsilon_x x - a \sin \frac{\pi x}{l} \cos \frac{\pi z}{d}; \quad (11)$$

$$w = -c \cos \frac{\pi x}{l} \sin \frac{\pi z}{d}.$$

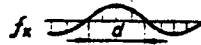
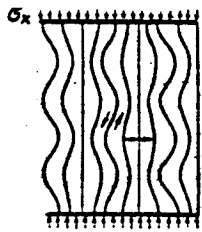


Рис. 3.

Ввиду сложности вывода точных зависимостей примем, что $a \approx 0$ ($E_{xz} \gg E_{zz}$), тогда потенциальная энергия будет выражена:

$$\pi = \frac{1}{2} \int_0^l \left[E_{zz} \left(\frac{\partial w}{\partial z} \right)^2 + G_{xz} \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 - 2f_x w \right] dx dw. \quad (11a)$$

Из условия минимума $\partial\pi/\partial c=0$ получим:

$$c = \frac{\frac{f_0}{\pi^2}}{\frac{G_{xz}}{l^2} + \frac{E_{zz}}{d^2}}; \quad (116)$$

$$\varepsilon_{x1} l = \varepsilon_{x1} l - \frac{1}{2d} \int_{x=0}^l \int_{z=0}^d \left[\left(\frac{\partial(\zeta+w)}{\partial x} \right)^2 - \left(\frac{\partial\zeta}{\partial x} \right)^2 \right] dz dx. \quad (12)$$

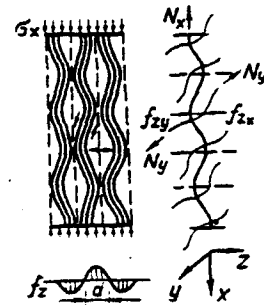


Рис. 4.

Для рассмотренного случая k в выражении (8а) имеет вид:

$$k = \frac{\pi^2}{4 \left(1 + \frac{E_{zz}}{G_{xz}} \frac{l^2}{d^2} \right)}. \quad (13)$$

Случай В. В стеклопластике, армированном тканью, все волны волокон бывают приблизительно одинаковой высоты, но иногда обратного направления. В таком случае, используя плоскостную схематизацию, согласно рис. 4, с формой волокон, представленной на рис. 2 — б, имеем:

$$\xi = \pm C \cos \frac{\pi x}{l}. \quad (14)$$

Для упрощенного решения примем, что в поперечном направлении радиальная сила на волокна распределена согласно синусоиде по формуле (10), и потребуем, чтобы сумма радиальных сил для половины волны длиной g равнялась сумме действительных радиальных сил на этом отрезке длины:

$$\int_0^d f_z dz = d \sigma_{xf} V_f C \frac{\pi^2}{l^2} \cos \frac{\pi x}{l}, \quad (15)$$

где правая сторона была определена на основании (4), и f_x согласно (10) примем в форме: $f_z = -f'_0 \cos \frac{\pi x}{l} \sin \frac{\pi z}{l}$. Из (15) вытекает:

$$f'_0 = f_0 \frac{\pi}{2}. \quad (16)$$

Поперечные сдвиги сплошной среды определяются выражениями (11), (11а), отсюда сдвиг волокон, сконцентрированных в нить посредине длины, будет:

$$u \approx \varepsilon_x x; \quad w = \mp c \cos \frac{\pi x}{l}, \quad (17)$$

где

$$c = \frac{\frac{f'_0}{\pi^2}}{\frac{G_{xz}}{l^2} + \frac{E_{zz}}{d^2}} = \frac{f_0 l^2}{\pi^2 G'_{xz}}; \quad G'_{xz} = \frac{2}{\pi} \left(G_{xz} + \frac{l^2}{d^2} E_{zz} \right).$$

Для дальнейшего решения используем уравнение (7) и получаем выражение (8), где $k = (\pi^2/2) (G_{xz}/G'_{xz})$ или

$$k = \frac{\pi^3}{4 \left(1 + \frac{E_{zz}}{G_{xz}} \frac{l^2}{d^2} \right)}. \quad (18)$$

Для случая бесконечно большого модуля волокон $E_f \rightarrow \infty$ имеем:

$$\lim \tilde{E}_x = E_m V_m + \frac{G_{xz} l^2}{k C^2} V_f < \infty. \quad (19)$$

Случай Г. Практически важной задачей является определение влияния искривления волокон у стеклопластика, армированного тканью. Материал армирован волокнами в двух направлениях x и y ; объемы V_f и V_{f_2} ($V_f + V_{f_2} = V_f$).

Предположим: 1) средние нормальные напряжения в связующем и в волокнах, ориентированных в направлении y , равняются средним нормальным напряжениям в направлении x , так как касательные напряжения τ_{xz} , τ_{xy} , τ_{yz} в обоих компонентах одинаковы; 2) искривления волн волокон равняются сумме удлинения связующего и поперечных волокон. Вычисление модуля в соответствии с этими предпосылками весьма сложно даже в случае прямых волокон³. Поэтому приблизительно

$$G_{xy} = G_{xz} = G_{yz} = (G_m^{-1} V_m + G_f^{-1} V_f)^{-1};$$

$$E_x \approx E_m V_m + E_f V_{f_1} \text{ и т. д.}, \quad (20)$$

где $V_{m_1} = V_m + V_{f_2}$; $E_m V_{m_1} = (E_m^{-1} V_m + E_f^{-1} V_{f_2})^{-1}$.

Допустим, что ткань имеет полотняное переплетение, что можно приблизительно выразить при помощи координат волокон:

$$\zeta_1 = \pm C_1 \cos \frac{\pi x}{l_1} \text{ для } \cos \frac{\pi y}{l_2} \geq 0;$$

$$\zeta_2 = \mp C_2 \cos \frac{\pi y}{l_2} \text{ для } \cos \frac{\pi x}{l_1} \geq 0. \quad (21)$$

При переходе на континуум учитываем радиальные усилия в форме: $f_z = -f''_0 \cos \frac{\pi x}{l_1} \cos \frac{\pi y}{l_2}$ и из условия, подобного (15):

$$\int_0^{l_2} f_z dy = l_2 \sigma_{xf} V_f C_1 \frac{\pi^2}{l_1^2} \cos \frac{\pi x}{l_1}; \quad (22)$$

$$f''_0 = f_0 \frac{\pi}{2}; \quad f_0 = l_1 \sigma_{xf} V_f \frac{\pi^3}{l_1^2}. \quad (22a)$$

В случае трехмерной задачи из уравнения (5) следует:

$$u = v = e_x x = 0; \quad w = -c \cos \frac{\pi x}{l_1} \cos \frac{\pi y}{l_2}; \quad (23)$$

$$c = \frac{\frac{f''_0}{\pi^2}}{\frac{G_{xz}}{l_1^2} + \frac{G_{yz}}{l_2^2}} = \frac{f_0 l_1^2}{\pi^2 G''_{xz}}; \quad G''_{xz} = \left(G_{xz} + \frac{G_{yz} l_1}{l_2^2} \right)^2 \frac{2}{\pi}.$$

Дальнейший порядок вычисления такой же, как от (7) к (8):

$$\tilde{E}_x = E_m V_{m_1} + \tilde{E}_1 V_{f_1}. \quad (24)$$

Здесь

$$\tilde{E}_1 = \frac{E_f}{1 + k V_{f_1} \frac{C_1^2 E_f}{l_1^2 G_{xz}}}, \quad \text{где } k = \frac{\frac{\pi^3}{4}}{1 + \frac{G_{yz}}{G_{xz}} \frac{l_1^2}{l_2^2}}.$$

Обратим внимание на коэффициент Пуассона в плоскости (x, y) . Перемещения w , согласно (23), увеличивают координаты волн ξ_2 , поэтому

$$\varepsilon_{yf} l_2 = \varepsilon_{yf} l_2 - \frac{1}{2} \int_0^{l_2} \left[\left(\frac{\partial(\xi_2 + w)}{\partial y} \right)^2 - \left(\frac{\partial \xi_2}{\partial y} \right)^2 \right] dy \approx \varepsilon_{yf} l_2 - \frac{1}{2} \pi^2 l_2 \frac{c}{l_2}. \quad (25)$$

Для равновесия в поперечном направлении нужно, чтобы $\sigma_{yf} V_{f_2} + \sigma_{ym} V_{m_2} = 0$.

Если мы подставим $\varepsilon_{yf} \approx \sigma_{yf} / E_f$, согласно (25), и $\sigma_{ym} \approx E'_m (\varepsilon_y + \mu_m \varepsilon_x)$, где $\varepsilon_x = \sigma_x / \tilde{E}_x$, то получим:

$$-\varepsilon_y = \frac{\sigma_x \mu_y}{\tilde{E}_y} = \left(\frac{1}{2} \pi^2 V_{f_2} E_f C_2 \frac{c}{l_2^2} + \sigma_x V_{m_2} \mu_m \frac{E'_m}{\tilde{E}_x} \right) E_y^{-1}, \quad (26)$$

где влияние искривления проявляется в члене c . Из этого видно, что при плотном переплетении искривление волокон увеличивает значение коэффициента Пуассона.

Случай Д. В последнем случае мы учитывали, что в плоскостях, перпендикулярных к оси x или y , все искривленные волокна параллельны. Если этого нет, то можно ожидать меньшее влияние искривления на значение модулей упругости. Поэтому мы предполагаем в этих плоскостях расположение волокон таким же, как в случае, показанном на рис. 2 — б, так что вместо (21) мы можем написать:

$$\begin{aligned} \zeta_1 &= \pm C_1 \cos \frac{\pi x}{l_1} \quad \text{для } \cos \frac{\pi y}{l_2} \sin \frac{\pi z}{d} \geq 0; \\ \zeta_2 &= \pm C_2 \cos \frac{\pi y}{l_2} \quad \text{для } \cos \frac{\pi x}{l_1} \sin \frac{\pi z}{d} \geq 0. \end{aligned} \quad (27)$$

Для перехода на континуум мы заменим радиальные усилия силами:

$$f_z = -f''_0 \cos \frac{\pi x}{l_1} \cos \frac{\pi y}{l_2} \sin \frac{\pi z}{d}, \quad (28)$$

где из условий (15) и (22) получим:

$$f''_0 = f_0 \frac{\pi^2}{4}. \quad (28a)$$

Решение уравнений (5) можно искать в форме:

$$\begin{aligned} u &= \varepsilon_x x - a \sin \frac{\pi x}{l_1} \cos \frac{\pi x}{l_2} \cos \frac{\pi z}{d}; \\ v &= -b \cos \frac{\pi x}{l_1} \sin \frac{\pi x}{l_2} \cos \frac{\pi z}{d}; \\ w &= -c \cos \frac{\pi x}{l_1} \cos \frac{\pi y}{l_2} \sin \frac{\pi z}{d}. \end{aligned} \quad (29)$$

Принимая $a=b=0$, можно определить приблизительно c из условия минимума потенциальной энергии π из выражения (11а). Получим:

$$c = \frac{\frac{f''_0}{\pi^2}}{\frac{G_{xz}}{l_1^2} + \frac{G_{yz}}{l_2^2} + \frac{E_{zz}}{d^2}} = \frac{f_0 l_1^2}{\pi^2 G''_{xz}}. \quad (30)$$

где

$$G''_{xz} = \left(G_{xz} + G_{yz} \frac{l_1^2}{l_2^2} + \frac{E_{zz} l_1^2}{d^2} \right) \frac{4}{\pi^2}.$$

Далее, так же как от (7) к (8), мы получим выражение (24), в котором:

$$k = \frac{\frac{\pi^4}{8}}{1 + \frac{G_{yz}}{G_{xz}} \frac{l_1^2}{l_2^2} + \frac{E_{zz}}{G_{xz}} \frac{l_1^2}{d^2}}. \quad (31)$$

Для коэффициента Пуассона действительно выражение (26).

3. Влияние искривления волокон на прочность. Искривление волокон влияет также на прочность составного материала. Если волокна достаточно прочные, то составной материал, нагруженный растягивающими или сжимающими напряжениями σ_x , разрушается под влиянием сдвигового напряжения $\tau_{xz m_1} = G_{xz} \gamma_{xz}$.

Помещая вместо γ_{xz} соответствующие выражения (6), (17), (23) или (29), где значения c определены при $g'_{xz} = g''_{xz} = g'''_{xz} = \pi^2 \frac{g_{xz}}{2k}$ и $gf = \frac{g_x E_f}{E_x}$, получим формулу, действительную для всех рассмотренных нами случаев, кроме случая В:

$$\tau_{xz m_1} = \frac{2}{\pi} \sigma_x k V_f \frac{C_1}{l_1} \frac{E_f}{\tilde{E}_x} \sin \frac{\pi x}{l} \quad (32)$$

(в случаях А и В здесь будет V_f, C, l, \tilde{E}_f вместо $V_f, C_1, l_1, \tilde{E}_f$). Условие прочности при растяжении или сжатии σ_x переводится, таким образом, на условие прочности на срез (или на растяжение): $|\tau_{xz m_1}| \leq \tau_0$, для которого решающей обычно является прочность сцепления на границах раздела между волокнами и связующим. После этих локальных разрушений возникает общее разрушение за счет расслоения.

Подобным образом можно выразить поперечное растяжение σ_{zm} . Мы имеем $\sigma_{z m_1} = E_{zz} \varepsilon_z$, где $\varepsilon_z = \partial w / \partial z$.

$$\sigma_{z m_1} = \frac{2}{\pi^2} \sigma_x k V_f \frac{C_1}{d_1} \frac{\tilde{E}_f}{\tilde{E}_x} \frac{E_{zz}}{G_{xz}} \cos \frac{\pi x}{l} = \tau_{xz m_1} \frac{l}{\pi d} \frac{E_{zz}}{G_{xz}} \operatorname{ctg} \frac{\pi x}{l}. \quad (33)$$

В случае B необходимо умножить правую сторону на $\pi/2$. Условие прочности тогда будет: $|\sigma_{zm}| \leq \sigma_0$.

На основании этих зависимостей можно определить также форму предельной поверхности для случая многоосного напряженного состояния при разрушении адгезии. Местное напряжение τ_{xzm} , суммируется с местным напряжением τ_{xzl} от данного среднего касательного напряжения τ_{xz} и аналогично напряжение σ_{zm} , суммируется с данным местным нормальным напряжением поперек волокон σ_{zl} . Приблизительно мы уже раньше предполагали, что $\tau_{xzl} = \tau_{xz}$, $\sigma_{zl} = \sigma_z$, так что $\tau_{xzm} + \tau_{xzl} = \tau_{xzm_1}$, $\sigma_{zm} + \sigma_z = \sigma_{zm}$. Условие прочности адгезии волокон и связующего можно написать в следующем приближенном виде: $F(\tau_{xzm}, \sigma_{zm}) \geq 0$ или в определенном ограниченном объеме:

$$|\tau_{xzm}| + \sigma_z \operatorname{tg} \varphi \leq \tau_0; \quad \sigma_z \leq \sigma_0, \quad (34)$$

где φ имеет значение угла трения на поверхностях волокон и связующего. Этот результат, очевидно, находится в соответствии с тем, что при двухосном растяжении или сжатии стеклопластика прочность будет более высокая, чем при одноосном растяжении или сжатии. Поперечное сжимающее напряжение в таком случае повышает силы трения на границах между волокнами и также уменьшает поперечные растягивающие напряжения от искривления волокон.

4. Влияние ползучести. При длительном напряжении составного материала в связующем проявляется ползучесть. Тогда необходимо заменить модули G_m и E_m в выражениях (2) или (20) для G_{xz} , E_{zz} операторами ползучести G_m , E_m , которые можно определить следующим соотношением:

$$G_m \gamma_m(t) = G_m \gamma(t) - \int_0^t \gamma(\tau) \frac{\partial G_{m_{\text{рел}}}(t-\tau)}{\partial \tau} d\tau. \quad (35)$$

Для данного промежутка времени является наиболее целесообразным считать, что кривая релаксационного модуля $G_{m_{\text{рел}}}(t)$ не имеет нулевого предела $G_{m_{\text{рел}}}(\infty) = G_{m_{\infty}} > 0$. Конечное установившееся состояние при постоянной нагрузке дано решением на основании теории упругости, так как соотношение (35) дает $G_m = G_{m_{\text{рел}}}(\infty)$. Поэтому достаточно для конечного состояния, соответствующего данному промежутку времени, заменить в предыдущих формулах G_m и E_m величинами $G_{m_{\infty}}$, $E_{m_{\infty}}$ и G_{xz} , E_{zz} , соответствующими величинам $G_{xz_{\infty}}$, $E_{zz_{\infty}}$, Согласно (8) следует, что модуль \tilde{E}_f понижается в результате ползучести связующего.

ЛИТЕРАТУРА

1. Hashin Z. Theory of mechanical behaviour of heterogeneous media, in Applied Mechanics Surveys, pp. 263—276, Spartan Books, Washington 1966.
2. Bažant Z. P. Bull. RILEM, Paris. Jurnn 1967.
3. Bažant Z. P. Plaste u. Kautschuk, 1965, 10, 592.

Научно-исследовательский строительный институт
Политехнического университета, Прага

Поступило в редакцию
6 VII 1967